



<p>252 高中数学一题多解多变教学探讨.....范忠稳</p> <p>253 巧引导活创意——儿童创意美术教学的引导探究.....赖城璐</p> <p>254 以文育人促进班团文化内涵式发展.....梅婧</p> <p>255 川剧传播过程中大学生受众心理及其发展策略研究.....薛贺卿</p> <p>256 数字校园背景下信息化对中职生学习满意度影响层面调查研究.....孙华阳 贾继娇</p> <p>258 新时代背景下高职院校通信专业教学改革创新探究.....张祥丽</p> <p>259 关于高职院校招生渠道多元化发展分析.....赵悦</p> <p>260 塑性成形力学课程课堂教学探讨.....柳美玲 王萍 黄贞益</p> <p>261 育优良人性 养高尚人格.....童盛优</p> <p>262 有关小学数学自主学习的教学.....陶成会</p> <p>263 关于潍坊市青少年近视现状与防控对策.....沈晓红</p> <p>264 移动学习软件在高校教学中的应用现状研究.....刘丁睿 李特</p> <p>265 农业高职院校大学生文化素质教育现状探析.....马艳</p> <p>267 高中历史课堂运用信息技术提高教学质量探讨.....谢春秋</p> <p>268 高中美术生活化教学探讨.....修锦庭</p> <p>269 新高考背景下的文言文教学策略探讨.....曾嵘</p> <p>270 高中地理深度教学的思考与实践.....尹秋菊</p> <p>272 微课的翻转课堂教学模式在小学学科教学中的应用研究.....张占英</p> <p>273 试论高职体育教学对学生心理健康的引导.....李哲</p> <p>274 少体校乒乓球教学有效开展之我见.....林炜</p> <p>275 拓展训练在高职体育教学中的作用研究.....丁鹏飞</p> <p>276 启发式教学法在高职篮球教学中的应用.....胡羽泽</p> <p>277 高校创新创业“课实训赛”一体化教学模式探究.....刘加杰</p> <p>278 农村大学生与城市大学生学习差异分析.....张颖</p> <p>279 新形势下职业院校数学课程考核方式的改革探究.....丁瑶</p> <p>280 高校校园文化建设的问题与对策探析.....张静</p> <p>281 校企合作产教融合与高职院校人才培养模式的改革的策略分析.....郭成华</p> <p>282 浅谈教育心理学对做好班主任工作的启示.....李晓伟</p> <p>283 新建本科院校创业教育问题探究.....胡贵琴</p> <p>284 大学生心理健康教育存在的问题及对策分析.....何东</p> <p>285 儿童静息心率、父母教养方式和问题行为的关系.....王荣强 吕昌嵩</p> <p>286 陈鹤琴“活教育”思想对我国幼儿教育的现实意义.....王立嘉</p> <p>287 关于高校思想政治课课堂提问的研究.....李雪</p> <p>289 有效提升少先队辅导员信息素养的策略探析.....史晓颖</p> <p>290 职业院校中开放型实验室建设探讨.....范晓磊 高明</p>	<p>291 中西部地区高校翻译硕士培养困境与对策分析.....张震</p> <p>292 两教“回”字引发的思考.....苏敏</p> <p>◎ 科技文档 ◎</p> <p>293 5G 移动通信网络技术实现探讨 郎微微</p> <p>294 浅析动车组空调系统的机构和工作机理 石磊</p> <p>295 变频调速永磁同步电动机在皮带机上的应用 杨庆范 万宗帅 庄世军 白跃俊</p> <p>296 LNG 加气站安全风险及应对措施分析 张立源</p> <p>297 安全生产标准化实施过程中重点问题分析 鲍琳琳</p> <p>298 动车组轮对管理系统的开发与设计 梁成龙</p> <p>299 汽车轮毂机加工质量控制与检验探析 郭勇</p> <p>300 基层县局信息化建设模式研究 赵晓红</p> <p>301 浅析原料药的制备工艺 李刚 蔡秀芳</p> <p>302 药物合成结晶技术的研究与应用 倪丹娜 梁观明</p> <p>303 岩土工程地质灾害防治技术与策略分析 黄晓光</p> <p>304 射击项目中视力回收及视力精力双回收的重要性探讨 王琳</p> <p>305 微波处理对鲜切哈密瓜中菌落总数的影响 董建军 周全</p> <p>307 离子色谱仪在水质检测分析中的应用及维护 马景丽</p> <p>308 包钢能源计量无线数据采集设计与实现 尚振升</p> <p>309 轨道交通综合枢纽建设的公关危机应对与处置 朱洲</p> <p>310 浅埋暗挖法隧道施工技术及其地面沉降控制策略 徐宇</p> <p>312 建筑装饰装修工程的施工质量控制与管理 罗世芍</p> <p>313 市政公用工程道路路基施工技术探讨 齐雪</p> <p>314 自动转换开关(ATS)在变电站中的应用及投切问题 陈灵</p> <p>315 如何正确运用黑马校对软件 刘洪强</p> <p>316 建筑工程安全文明施工管理存在的问题与对策分析 刘耀培</p> <p>317 业主建筑施工安全管理模式探讨 钟晓利</p> <p>318 新时期城市市政园林工程施工管理探讨 黄碧华</p> <p>319 人工智能在电子商务发展中的应用 翁从艺</p> <p>320 浅谈循环水泵和冷却风机的节能应用 原皓</p> <p>322 浅析晶元测试中高温对测试探针卡机械性能的影响及处理 闻晓静</p> <p>323 包钢能源计量系统下位机的升级与改造 尚振升</p> <p>324 市政工程施工质量管理要点分析 黄平兵</p> <p>325 Civil 3D 设计道路信息模型的方法与应用 罗任宏</p> <p>326 水文地质勘查技术在岩土工程中的应用 辛正启 黄文涛</p> <p>327 液压节能技术在工程机械中的应用 魏晨阳</p> <p>328 高层建筑桩基工程施工技术研究 邢志勇 周小刚</p>
--	---

高中数学一题多解多变教学探讨

范忠稳

（福建省宁化第一中学，福建 三明 365400）

摘要：一题多解、多变可以较好地锻炼学生的思维多样性，提高学生的探究思维能力和数学解题能力。高中数学教学，教师应充分运用一题多解、多变来训练学生的数学思维，让学生在变化的解题过程中对所学知识进行灵活的运用、内化，进而融会贯通，形成数学能力。文章通过展示一题多变、多解实例，来探讨具体的教学策略，以期有效说明一题多解、多变的运用。

关键词：高中数学；一题多变；一题多解

数学题解答的角度和方位不同，可以有多种解法，可谓仁者见仁，智者见智，虽然想法和解法不一，但殊途同归，在这一过程中，就有效激发了学生的学习兴趣，更加达到了培养和锻炼学生数学思维的目的。并不是所有的习题都可以运用一题多解或一题多变来进行训练，这就需要教师在全面把握教学目标的基础上，深入地研究符合学生心理特征和认识水平的习题，通过不断创新设计，创新运用策略，从而全面提升学生的数学能力。下面结合多年教学实践，举例谈一谈一题多解和一题多变的教学策略，从而有效对学生的思维能力进行培养，切实提高学生的数学素养。

1 一题多解、多变在教学中的应用

一道数学问题，从不同的角度和方位进行解答，在探究不同解法和不同形式题型差异的过程中，学生对所学知识的内涵和外延进行深入把握，既全面有效提高了学习的有效性，又较好地锻炼了学生的数学思维能力，进而有效培养学生的创新创造思维能力。

例如： $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ，已知 $b=5$ ， $(a+b)\sin A = 2b\sin(A+C)$

1) 证明： $\triangle ABC$ 为等腰三角形；

2) 点 D 在边 AB 上， $AD=2BD$ ， $CD=\sqrt{17}$ ，求 AB 。

【命题意图】本题主要考查正弦定理、余弦定理公式等知识，考查推理论证、化归与转化、运算求解等能力，考查数形结合、函数与方程等数学思想。

【核心素养】本题主要考查的数学核心素养：逻辑推理、数学运算。

第(1)小题，

解法一： $\triangle ABC$ 中， $(a+b)\sin A = 2b\sin(A+C)$ ，

由正弦定理 $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$ ，得

$a(a+b)=2b^2$ ，整理得： $(a+2b)(a-b)=0$ ，

$\therefore (a+2b)>0$ ，

$\therefore a=b$ ，

$\therefore \triangle ABC$ 为等腰三角形

解法二： $\triangle ABC$ 中， $(a+b)\sin A = 2b\sin(A+C)$ ，

由正弦定理 $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$ ，得

$(\sin A + \sin B)\sin A = 2\sin^2 B$ ，化简得： $(\sin A + 2\sin B)(\sin A - \sin B) = 0$ ，

$\therefore A, B \in (0, \pi)$ ，

$\therefore \sin A + 2\sin B > 0$ ， $\therefore \sin A = \sin B \therefore A = B$ ，或 $\therefore A + B = \pi$ （舍去）

$\therefore \triangle ABC$ 为等腰三角形

第(2)小题，解法一：设 $BD=x$ ，则 $AD=2x$

在 $\triangle ACD$ 中， $\cos \angle CAD = \frac{25+4x^2-17}{2 \cdot 2x \cdot 5} = \frac{2+x^2}{5x}$

在 $\triangle BCD$ 中， $\cos \angle CBD = \frac{25+x^2-17}{2 \cdot 5 \cdot x} = \frac{8+x^2}{10x}$

由(1)得： $\angle CAD = \angle CBD$

$\therefore \cos \angle CAD = \cos \angle CBD$

即 $\frac{2+x^2}{5x} = \frac{8+x^2}{10x}$

解得： $x=2$ ，

$\therefore AB=3x=6$

解法二：设 $BD=x$ ，则 $AD=2x$ ，

由余弦定理，得： $\cos \angle CDA = \frac{x^2+17-25}{2 \cdot x \cdot \sqrt{17}}$

$$\cos \angle CDB = \frac{x^2+17-25}{2 \cdot x \cdot \sqrt{17}}$$

$$\therefore \angle CDA = \pi - \angle CDB,$$

$$\therefore \frac{4x^2+17-25}{2 \cdot 2x \cdot \sqrt{17}} = \frac{x^2+17-25}{2 \cdot x \cdot \sqrt{17}},$$

$$\text{解得： } x=2,$$

$$\therefore AB=6$$

$$\text{解法三：} \because AD=2BD,$$

$$\therefore \overline{CD} = \overline{CA} + \overline{AD} = \overline{CA} + \frac{2}{3} \overline{AB}$$

$$= \overline{CA} + \frac{2}{3} (\overline{CB} - \overline{CA}) = \frac{1}{3} \overline{CA} + \frac{2}{3} \overline{CB}$$

$$\therefore \overline{CD}^2 = \frac{1}{9} \overline{CA}^2 + \frac{4}{9} \overline{CA} \cdot \overline{CB} + \frac{4}{9} \overline{CB}^2,$$

$$\therefore \frac{25}{9} + \frac{4}{9} \times 5 \times 5 \cos \angle BCA + \frac{4}{9} \times 25 = 17,$$

$$\therefore \cos \angle BCA = \frac{7}{25}$$

由余弦定理，得： $\therefore AB^2 = 25 + 25 - 2 \times 5 \times 5 \times \frac{7}{25} = 36$ ， $\therefore AB=6$

解法四、解法五、解法六（略）。

解三角形是高考命题的热点，重在灵活运用正弦定理、余弦定理实现边、角关系的互化，如本题的第(1)问，边化角、角化边都可以；另外，可以根据所求变量，利用正余弦定理、面积公式、向量知识、坐标等建立方程，进行求解，如本题的第(2)问。

变式训练：

变式一：题目条件不变，(2)变为：点 D 在边 AB 上， $AD=2BD$ ， $CD=\sqrt{17}$ ，求 $\triangle ABC$ 的面积。

变式二：题目条件不变，(2)变为：点 D 在边 AB 上， $\triangle BCD$ 与 $\triangle ACD$ 的面积之比为 $\frac{1}{2}$ ， $CD=\sqrt{17}$ ，求 $\cos \angle ACD$ 。

2 教学反思

从上述例题的多解、多变解题策略我们能够看得出来，一题多解和一定多变可以较好地培养学生的思维多向性，体验数学解题的乐趣，学生在多解、多变的过程中师生互动交流，进行思维的碰撞，学生的数学视野得到了拓展，思维的宽度和广度得到了强化。而在这一过程中，也激发了学生对学习数学的乐趣。高中数学教学中，我们要深研学生的认知心理，精心设计一题多解、多变的数学习题，引导学生进行多解、多变练习，进而锻炼学生思维的深度、广度，全面提高学生的数学思维综合能力。

总之，高中生正处在思维发展的重要时期，数学学科教学对于学生的思维能力培养具有不可替代的作用，教师应以培养学生数学学科核心素养为指引，精心设计一题多解、多变习题，引导学生经常性地练习，多解和多变的过程中会带给学生成功的体验，进而激发学生学习数学的兴趣，同时也较好地锻炼学生思维的深度、广度，切实有效地促进学生数学综合素养得到提高。

参考文献

[1] 朱扬德. “一题多解”与“多题一解”在高中数学教学中的应用[J]. 中学生数理化（学研版），2015, 18 (7).

[2] 李江鹏. 关于高中数学“一题多解”的学习心得探析[J]. 数学学习与研究，2017 (19).